

西南大学

2008 年攻读 ^博 士学位研究生入学考试试题
_硕

学科、专业:

研究方向: 各方向

试题名称: 数学

试题编号: 701

(答题一律做在答题纸上, 并注明题目番号, 否则答题无效)

一、选择题 (共 8 题, 每小题 4 分, 共 32 分)

1. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x=1$ 处取得极值-2, 则 ()。

A、 $a = -3, b = 0$ 且为 $x=1$ 函数 $f(x)$ 的极小值点;

B、 $a = 0, b = -3$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极小值点;

C、 $a = -3, b = 0$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极大值点;

D、 $a = 0, b = -3$ 且 $x=1$ 为函数 $f(x)$ 的极大值点。

2. 设 $f(x) = x \ln x$ 在 x_0 处可导, 且 $f'(x_0) = 2$, 则 $f(x_0) = ()$ 。

A、 e ; B、 0 ; C、 1 ; D、 e^2

3. 设 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x \geq 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ()

A、 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在; B、 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 但 $f(x)$ 在 $x=0$ 不连续;

C、 $f'(0)$ 存在; D、 $f(x)$ 在 $x=0$ 连续但不可导。

4. 某校学生英语四级考试通过率为 98%, 而其中 70% 的学生通过英语六级考试, 则从该校随机选出一名学生通过六级的概率为

()。

A、0.672 B、0.480 C、0.686 D、0.314

5、设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $n \times m$ 矩阵, 则 ()

A、当 $m > n$ 时, 必有行列式 $|AB| \neq 0$

B、当 $m > n$ 时, 必有行列式 $|AB| = 0$

C、当 $n > m$ 时, 必有行列式 $|AB| \neq 0$

D、当 $n > m$ 时, 必有行列式 $|AB| = 0$

6、矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵为 ()

A、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ a^2 & a & 1 & 0 \\ a^3 & a^2 & a & 1 \end{pmatrix}$

B、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -a & 1 \end{pmatrix}$

C、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \end{pmatrix}$

D、 $\begin{pmatrix} 1 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

7、一长为 L 厘米的杆 OA 绕 O 点在水平面上作圆周运动, 杆的线密度 $\rho = \frac{1}{r}$, r 为杆上一点到 O 点的距离, 角速度为 ω , 则总动能 $E =$

()

A、 $\frac{1}{2}\omega^2 L^2$ B、 $\frac{1}{3}\omega^2 L^2$ C、 $\frac{1}{4}\omega^2 L^2$ D、 $\frac{1}{5}\omega^2 L^2$

8、微分方程 $y' + y'' = xy''$ 满足条件 $y'(2) = 1$, $y(2) = 1$ 的解是 ()

A、 $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{2}$

B、 $y = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{21}{4}$

C、 $y = (x-1)^2$

D、 $y = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{5}{4}$

二、填空题 (共 10 题, 每题 5 分, 共 50 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-x} - 3x}{1 - \cos x}$ 的值等于_____。

2、 设 $y = 2x + 1$, 则其反函数 $x = x(y)$ 的导数 $x'(y) =$ _____。

3、 积分 $\int_2^6 \frac{2x}{\sqrt{1+4x}} dx$ 的值为_____。

4、 $\frac{a^2}{3} - \frac{a^3}{5} + \frac{a^4}{7} - \frac{a^5}{9} + \dots$ 的一般项为_____。

5、 假设箱中共有 n 个球, 其中 m ($0 \leq m \leq n$) 个是红球, 其余是白球, 一个一个连续从箱中抽球, 试问第 k ($0 \leq k \leq n$) 次抽到红球的概率为_____。

6、 若 $|a| = 5$, $|b| = 2$, $(a, b) = \frac{\pi}{3}$, 则 $|2a - 3b| =$ _____。

7、 计算行列式,
$$\begin{vmatrix} 0 & a & b & a \\ a & 0 & a & b \\ b & a & 0 & a \\ a & b & a & 0 \end{vmatrix} =$$
_____。

8、 求不定积分, $\int x \sin x dx =$ _____。

9、 $I = \iiint_V xy dx dy dz$ ($V: 1 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq \frac{1}{2}$) ,

$I = \underline{\hspace{2cm}}.$

10、设 $u = x^4 + y^4 - 4x^2y^2$ ，则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、计算题（共 6 题，每题 8 分，共 48 分。要求写出计算步骤。）

1、设 $f(x-1) = x^2 - 2x + 3$ ，求 $f(x+1)$ 。

2、设 $f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 1+x, & x \leq 0 \end{cases}$ ， $g(x) = \begin{cases} -x^2, & x > 0 \\ x, & x \leq 0 \end{cases}$ ，求 $g[f(x)]$ 及其定义域。

3、设 $x + 2y + z - 2\sqrt{xyz} = 0$ ，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

4、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ 的收敛区间。

5、求微分方程 $y'' - 4y' + 3y = 0$ ； $y(0) = 6, y'(0) = 10$ 的特解。

6、试确定的 a, b, c 值，使 $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在点 $(1, -1)$ 处有拐点，且在 $x = 0$ 处有极大值为 1，并求函数的极小值。

四、证明： $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sin x}{e^x(x^2+1)} dx \leq \frac{\pi}{12e}$ (10 分)

五、若直角三角形的一直角边与斜边之和为常数，求最大面积的直角三角形的面积和斜角。(10 分)