西 南 大 学

2008年攻读硕士学位研究生入学考试试题

学科、专业：理论物理　　　　研究方向：所有方向

试题名称：量子力学　　　　试题编号：827

（答题一律做在答题纸上，并注明题目番号，否则答题无效）

一.(50分,每小题5分) 判断下列说法是否正确

1. 自由粒子所处状态一定为平面波.

2. 量子体系的守恒量，无论在什么态下，都能取确定的值.

3. 波函数$\psi(x,t)$和$e^{i\alpha}\psi(x,t)$（α是一实数）描述的是体系的同一状态.

4. 两个力学量不对易，则它们不能具有共同本征态.

5. 定态情况下，属于不同能级的波函数必定是正交的.

6. 若波函数ϕ与φ均为力学量$\hat{A}$的本征函数，则$\psi = C_1\phi + C_2\varphi$也为$\hat{A}$的本征态.

7. 若A与B为厄米算符，则$\frac{1}{2}(AB+BA)$和$\frac{1}{2i}(AB-BA)$也是厄米算符.

8. 在任何束缚态的能量本征态下，其动量平均值为零.

9. 坐标算符$\hat{x}$在动量表象中的表示为$i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$.

10. 全同粒子体系的波函数可能对其中一部分粒子是对称的，而对另一部分粒子则是反对称的.

二.(20分) 一质量为μ、自旋为1/2的粒子在$0\le x\le a$的无限深势阱中运动，已知t=0时粒子处于波函数

$$\Psi(x,S_z,0) = C\sin\frac{\pi x}{a}\left(\chi_+ + \cos\frac{\pi x}{a}\chi_-\right)$$

其中$\chi_+ = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$,$\chi_- = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$分别是自旋向上和自旋向下的自旋波函数.

1. 能量是否为粒子的守恒量?

2. $\Psi(x,S_z,0)$所描写的状态是否为定态?

3. 写出在 t=0 时 S_z 的可能值及对应的几率.

4. 写出 t 时刻描写粒子状态的波函数 $\Psi(x,S_z,t)$.

三.(10 分)角动量平方 L^2 和角动量的 z 分量 L_z 的共同本征态为 Y_{lm} ，试证明：

1. 角动量的 x 分量和角动量的 y 分量的平均值 $\overline{L}_x=0$, $\overline{L}_y=0$；

2. $\overline{(\Delta L_x)^2}=\overline{(\Delta L_y)^2}=\dfrac{\hbar^2}{2}(l^2+l-m^2)$.

四. (20 分)一个具有恒定转动惯量 I 和偶极矩 $\vec{D}$ 的刚性转子,放在均匀电场 $\vec{e}$ 中,其哈密顿算符为

$$\hat{H}=\frac{1}{2I}\hat{L}^2-De\cos\theta$$

其中 $\hat{L}^2$ 是角动量平方算符,θ 是偶极矩与外电场的夹角.把电场看作是一种微扰,试用微扰方法求转子基态能量的二级修正.

注: $\cos\theta Y_{l,m}(\theta,\varphi)=\sqrt{\dfrac{(l+1+m)(l+1-m)}{(2l+1)(2l+3)}}Y_{l+1,m}(\theta,\varphi)+\sqrt{\dfrac{(l+m)(l-m)}{(2l+1)(2l-1)}}Y_{l-1,m}(\theta,\varphi)$

五. (20 分) 设已知在 $\hat{L}^2$ 和 $\hat{L}_z$ 的共同表象中，算符 $\hat{L}_y$ 的矩阵表示为

$$\hat{L}_y=\frac{\sqrt{2}}{2}\hbar\begin{pmatrix}0&-i&0\\ i&0&-i\\ 0&i&0\end{pmatrix}$$

求它的本征值和归一化本征函数，并将 $\hat{L}_y$ 对角化.

六. (15 分) 如果电子的轨道角动量为 $\vec{L}$，自旋角动量是 $\vec{S}$，它们的总角动量 $\vec{J}=\vec{L}+\vec{S}$，试求出 $\vec{L}$ 与 $\vec{S}$ 夹角的余弦 $\cos\theta$ 与量子数 j, l, s 的关系.上

七. (15 分) 考虑在无限深势阱（0<x<a）中运动的两电子体系，若忽略两电子间的一切相互作用，写出体系基态和第一激发态的波函数.